

Christina Klüver: Online-Lernsystem für Mathematik mit *Computational Intelligence-Methoden*

Ausgangslage und persönliche Motivation

Als Dozentin werde ich häufig in meinen Informatik-Veranstaltungen damit konfrontiert, dass Studierende Probleme haben, mathematische Zusammenhänge zu verstehen. Dies resultiert häufig auf Grund von Wissenslücken, jedoch auch dadurch, dass „Angst“ vor der Mathematik vorliegt, die bereits zur Schulzeit entwickelt wurde. Dies spiegelt sich wieder in den Durchfallquoten in den Mathematik-Klausuren.¹

Es ist bekannt, dass Visualisierungen und konkrete Beispiele diesbezüglich helfen (z.B. Schmitz, 2017), die jedoch mit der Steigerung der Abstraktion weniger eingesetzt werden. Eine besondere Herausforderung stellt das Nachvollziehen der einzelnen Lösungswege dar, die häufig nur nach „richtig“ oder „falsch“ bewertet werden.

Es gibt keinen Mangel an Möglichkeiten, Mathematikaufgaben und Lösungen im Internet zu finden. Bei der Google-Suchanfrage „Aufgaben und Lösungen Mathematik online“ werden 447.000 Seiten angegeben; bei der leicht abgewandelten Suchanfrage „Aufgaben und Lösungen online Mathematik“ werden bereits 6.450.000 Seiten angegeben². Bei den getesteten ca. 30 Seiten werden Lehreinheiten durch Videos verdeutlicht; sobald es um Aufgaben und deren Lösungen geht, besteht überwiegend keine Möglichkeit, die Lösung selbst anzugeben, sondern lediglich die Möglichkeit, diese abzurufen. Bei den Portalen, die eine Eingabe der Lösung bzw. eine Multiple Choice-Auswahl erlauben, wird lediglich überprüft, ob die Lösung korrekt oder falsch ist. Die Angabe der Lösungswege und deren individuelle Bewertung erfolgt nach der stichprobenartigen Untersuchung nicht.

Der in dem Projektvorhaben verfolgte Ansatz soll diese Lücke schließen und verfolgt das Ziel, dass die Lernenden durch die Visualisierungen der Lösungswege erkennen, an welcher Stelle ein Fehler erfolgt ist und ob es sich um einen Flüchtigkeitsfehler handelt, wie falsche Vorzeichen bzw. ein Tippfehler bei der Angabe des Endergebnisses erfolgt sind, oder ob Wissenslücken bestehen, die eine Auseinandersetzung mit dem Gegenstandsbereich erfordern.

Durch den Einsatz von Computational Intelligence-Methoden, nämlich einem Booleschen Netz und einem Self-Enforcing Network (ein selbstorganisiert lernendes neuronales Netzwerk) soll langfristig eine individuelle Hilfestellung sowie die Auswahl an Aufgaben gemäß dem Wissenstand erfolgen, um eine Über- wie Unterforderung nach Möglichkeit zu vermeiden.

¹ Spiegel online berichtete z.B. 2016, dass 94% in der Klausur „Mathematik für Informatiker I“ an der Universität Saarbrücken durchgefallen sind: <http://www.spiegel.de/lebenundlernen/uni/mathematik-klausur-durchfallquote-von-94-prozent-a-1087935.html>; Abruf am 15.06.2017

² Abruf am 15.06.2017

Online-Lernsystem für Mathematik mit *Computational Intelligence-Methoden*

Durch den Austausch mit anderen Fellows können Erweiterungsmöglichkeiten des Konzepts und der Umsetzung diskutiert werden und insbesondere kann eruiert werden, inwiefern das vorgeschlagene Konzept auch für andere Fächer effektiv eingesetzt werden kann.

Didaktisches Konzept

Durch die Umsetzung des Konzeptes werden folgende didaktische Ziele verfolgt:

- die Lernenden erhalten individuelle Aufgabenstellungen sowie Hilfestellungen,
- die Lernenden können durch die visuelle und dynamische Darstellung korrekter und falscher Lösungen die Denkfehler bzw. die Wissenslücken leichter erkennen.

Um diese Ziele zu realisieren werden zwei Techniken verwendet:

- Boolesche Netze (BN) für die dynamische Darstellung der korrekten Lösungswege sowie der falschen Lösungen im Vergleich.
- Das Self-Enforcing Network (SEN), ein selbstorganisiert lernendes Netzwerk, das die korrekten Lösungen lernt und nach dem Trainingsprozess die individuellen Lösungen analysiert.

Diese Techniken werden w.u. anhand eines konkreten Beispiels erläutert.

Inhaltliche Voraussetzungen:

Eine Grundvoraussetzung für die Umsetzung des Konzeptes besteht in der lückenlosen Angabe der einzelnen Lösungswege durch die Aufgabensteller, gemäß dem dafür entwickelten Lösungsalgorithmus (Abb. 1, Smits, 2014). Wie es sich bereits in Teilprojekten gezeigt hat, ist dies nicht selbstverständlich, da sowohl Lehrende als auch Studierende, unter Anderem des Studiengangs „Lehramt für Mathematik und Informatik“, einige Lösungswege übersprungen haben.

Durch die Teamarbeit konnten diese Probleme bereits gelöst werden, so dass die erste Übertragung der Aufgaben in ein Boolesches Netz erfolgen konnte.

Um dies zu konkretisieren, wird in Abb. 1 der Lösungsalgorithmus gezeigt, der neun mögliche Aufgaben für die Lösung von Quadratwurzelgleichungen enthält:

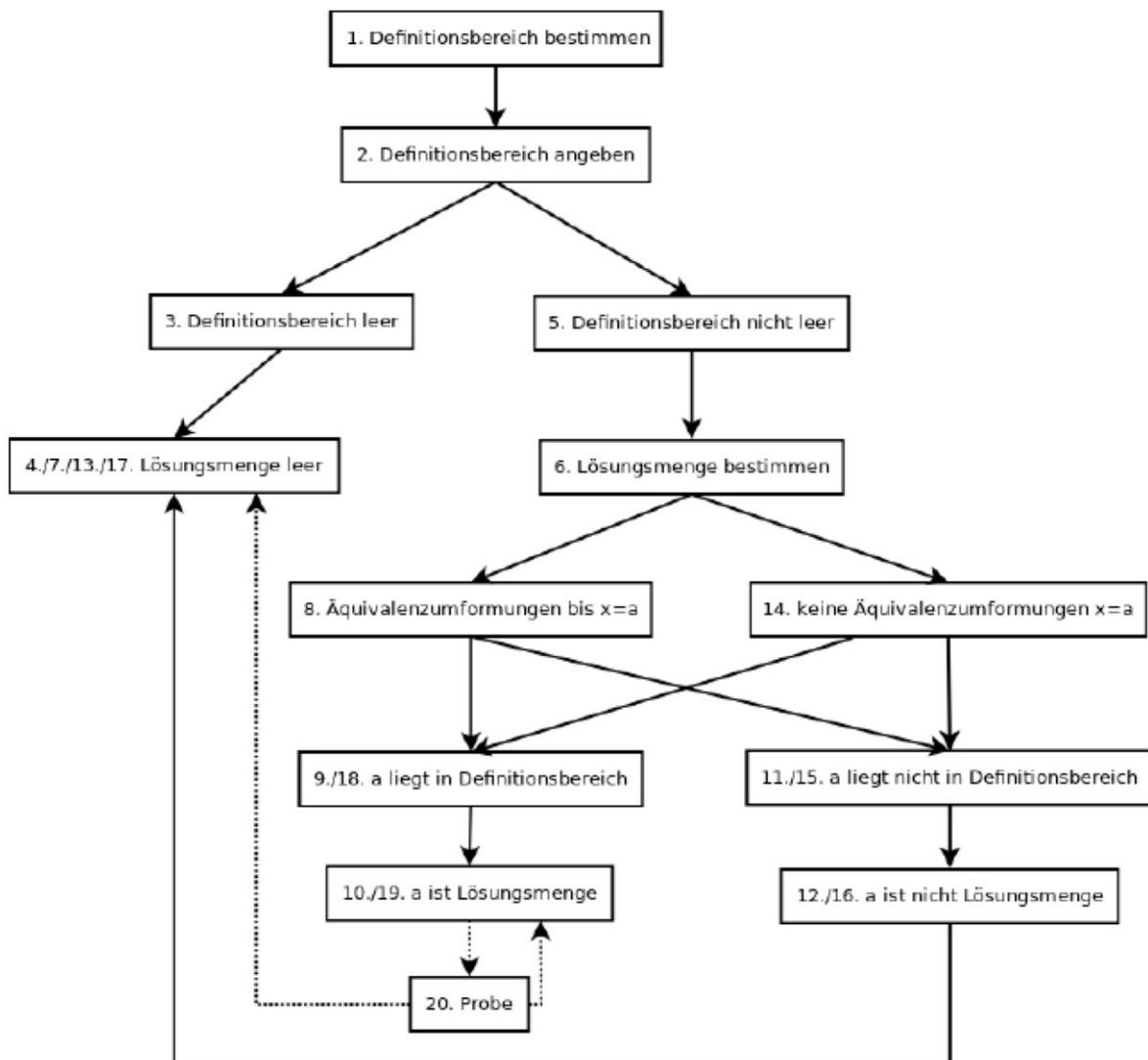


Abb. 1: Lösungsalgorithmus für Quadratwurzelgleichungen

Die Techniken:

Der Lösungsalgorithmus wird in ein *Boolesches Netz* (BN) übertragen, ein logisches Netz, das eine dynamische Darstellung der Einheiten erlaubt. Das BN wird eingesetzt, um Schritt für Schritt die einzelnen Lösungswege dynamisch aufzuzeigen. Diese Technik ermöglicht:

- die Erfassung der Aufgaben-**Struktur**,
- den korrekten als auch den ggf. falschen Lösungsweg jeweils visuell dynamisch darzustellen – damit wird das entdeckende Lernen gefördert,
- Wissensbausteine leicht hinzuzufügen und ebenso leicht zu visualisieren.

Die prototypische Umsetzung des BN wird in Abb. 2 dargestellt:

Online-Lernsystem für Mathematik mit *Computational Intelligence-Methoden*

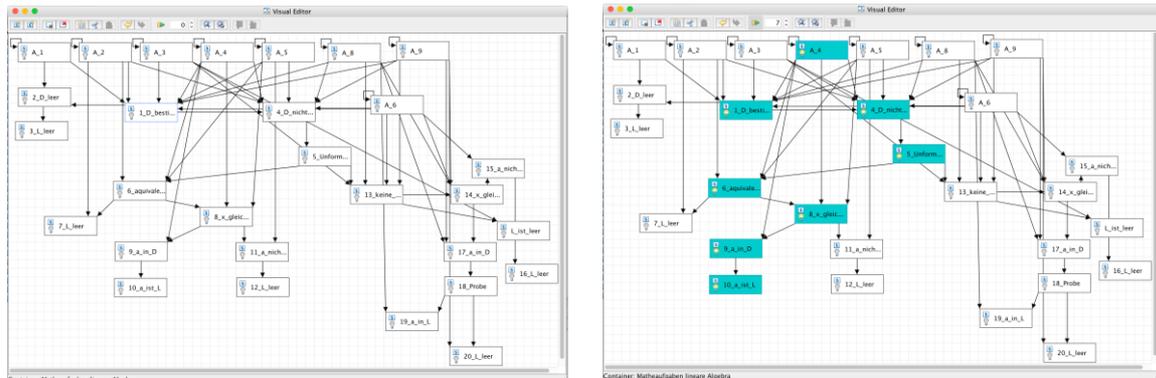


Abb. 2: Das BN: Auf der linken Seite wird das gesamte Netz gezeigt, das alle 9 Aufgaben enthält; auf der rechten Seite ist z.B. das Ergebnis der korrekten Lösung für die Aufgabe 4.

In dem BN sind 9 Aufgaben mit dem jeweiligen Lösungsweg (einzelne Knoten) enthalten. Die einzelnen Lösungswege werden durch Boolesche Funktionen definiert, zum Beispiel: Wenn Aufgabe 1 = aktiv und damit wahr ist, dann aktiviere Knoten 2; wenn Knoten 2 = wahr, dann aktiviere Knoten 3 und setze den Wahrheitswert = wahr. Alle anderen Knoten bleiben entsprechend deaktiviert, also mit dem Wahrheitswert = falsch. Dieses Verfahren wird für alle Aufgaben durchgeführt und es wird sichergestellt, dass nur korrekte Lösungswege angezeigt werden.

Nachdem die logische Struktur sowie die Lösungswege vorliegen, werden die Aufgaben und deren Lösungen in ein *Self-Enforcing Network (SEN)*³ transformiert, indem die Aufgaben als Objekte und die jeweiligen Lösungswege als Attribute definiert werden. Diese Technik ermöglicht:

- das Lernen korrekter Lösungen und nach dem Lernprozess die individuelle Analyse der Lösungen,
- die Eingaben der Einzelschritte in einer unterschiedlichen Reihenfolge, sofern dies grundsätzlich möglich und zulässig ist,
- das Aufzeigen der erfolgten Fehler und ggf. der benötigten Wissensgebiete.

Die Umsetzung wird auszugsweise in Abb. 3 dargestellt:

³ Das selbstorganisiert lernende Netzwerk SEN wurde von der Forschungsgruppe CoBASC (Computer Based Analysis of Social Complexity) entwickelt, Fakultät WiWi der Universität Duisburg-Essen.

Online-Lernsystem für Mathematik mit *Computational Intelligence-Methoden*

Objekt ...	1. Defini...	2. Defini...	3. Defini...	4./7./1...	5. Defini...	6. Lösun...	8. Äquiv...	9./18. a...	10./19...	11./15. ...	12./16...	14. kein...	20. Probe
Aufgabe 1	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Aufgabe 2	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00
Aufgabe 3	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
Aufgabe 4	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Aufgabe 5	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00
Aufgabe 6	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	0,00
Aufgabe 7	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00
Aufgabe 8	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Aufgabe 9	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00	1,00	1,00

Abb. 3: Attribute (Lösungswege) und Objekte (die jeweiligen Aufgaben) sowie die Zuordnung der Lösungswege zu den Aufgaben durch numerische Werte in der sog. „semantischen Matrix“⁴

Nach dem Lernprozess werden die Eingaben (die individuellen Lösungen) analysiert (Abb. 4):

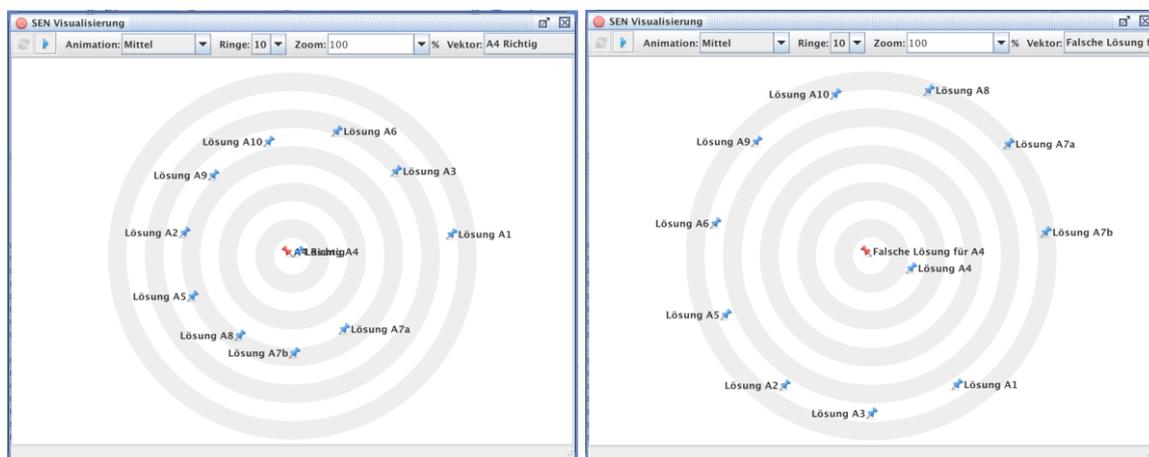


Abb. 4: Visualisierung des SEN: Auf der linken Seite ist eine korrekte Lösung eingegeben worden, auf der rechten Seite wird gezeigt, dass die Aufgabe fehlerhafte Lösungen enthält.

Im nächsten Schritt werden die Eingaben detailliert untersucht⁵:

Vec...	1. D...	2. D...	3. D...	4./7...	5. D...	6. L...	8. Ä...	9./1...	10./...	11./...	12./...	14. ...	20. ...
Lös...	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

⁴ Diese Prozesse laufen intern ab und werden den Lernenden nicht angezeigt.

⁵ Die Visualisierungen müssen für die Lernenden angepasst werden.

Online-Lernsystem für Mathematik mit *Computational Intelligence-Methoden*

Eingabe Analyse
Vektor: Falsche Lösung für A4

Vec...	1. D...	2. D...	3. D...	4./7...	5. D...	6. L...	8. Ä...	9./1...	10./...	11./...	12./...	14. ...	20. ...
Lös...	0,00	0,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Filter: 1/11

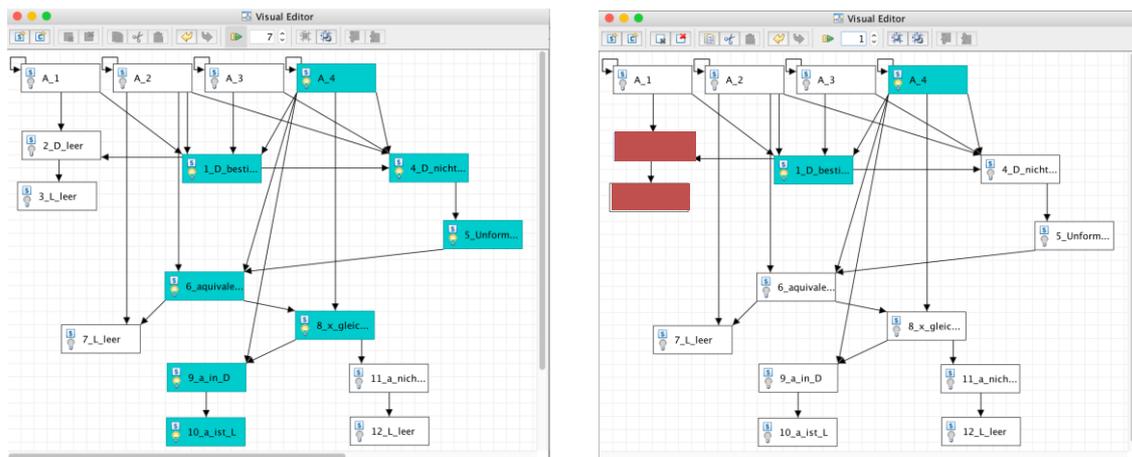
Eingabe Analyse
Vektor: Falsche Lösung-2 Aufgabe 4

Vec...	1. D...	2. D...	3. D...	4./7...	5. D...	6. L...	8. Ä...	9./1...	10./...	11./...	12./...	14. ...	20. ...
Lös...	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-1,00	0,00	-1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Filter: 1/11

Abb. 5: Korrekte Lösung und Anzeigen der Fehler bei zwei falschen Angaben. Die grüne Markierung (mittleres Bild) bedeutet, dass zwei Eingaben erfolgt sind, die nicht zu der Aufgabe gehören, die rote, dass die zugehörigen Eingaben (Lösungsschritte) fehlen. Liegt keine Farbmarkierung vor, handelt es sich um korrekte Eingaben.

Die jeweiligen Lösungen werden dem BN übergeben, d.h. die zugehörigen Knoten werden aktiviert. Das BN überprüft, ob die Eingaben den korrekten Lösungen entsprechen und falls nein, werden zusätzlich die falschen Angaben dynamisch visualisiert (Abb. 6):



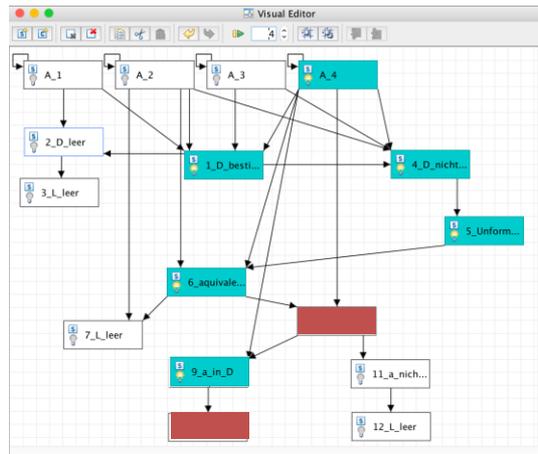
Online-Lernsystem für Mathematik mit *Computational Intelligence-Methoden*

Abb. 6: Auf der linken Seite oben wird die richtige Lösung angezeigt, auf der rechten Seite oben und in der Mitte im unteren Teil werden zusätzlich die fehlerhaften Lösungswege, die vom SEN übergeben wurden, farblich markiert aufgezeigt.

Durch das vorgeschlagene Konzept können Lernende eigenständig und unmittelbar nachvollziehen, an welcher Stelle des Lösungsweges ein Denk- oder Flüchtigkeits-Fehler erfolgt ist.

Diejenigen, die sich mit der Entwicklung der Prototypen beschäftigt haben, gaben an, dass sie den Vorteil als Aufgabensteller darin sehen, dass sie genau überprüfen müssen, ob pro Aufgabe alle Lösungsschritte aufgeführt werden. Mitunter wurde festgestellt, dass die gestellten Aufgaben nicht lösbar waren, da sie nicht hinreichend durchdacht wurden. Dies ist ein Problem, das in den Medien z.B. im Zusammenhang mit der Themenstellung für Abiturklausuren durchaus thematisiert worden ist.

Weiterentwicklungen

Um das Gesamtsystem umsetzen zu können, sind folgende *technische* Entwicklungen notwendig:

- Weiterentwicklung des BN: Die Visualisierung sollte verbessert werden, damit die einzelnen Formeln in den Knoten eingegeben werden können. Zur Zeit sind die Angaben durch Abkürzungen notwendig, die eine gute Übersicht erschweren.
- Automatische Generierung des BN: Da die BN je nach Anzahl der Aufgaben sehr groß werden können, sollte den Benutzern lediglich die aktuelle Aufgabe angezeigt werden. Das gilt auch für die Generierung des BN anhand der eingegebenen Lösungen.
- Automatisierung der Interaktion zwischen BN und SEN durch die Implementierung von Schnittstellen. Zurzeit erfolgt dies noch manuell.
- Einbindung des Systems in JACK (ein automatisches Übungs- und Prüfungssystem), das am Paluno-Institut der Universität Duisburg-Essen entwickelt wurde: In einer Kooperation mit Prof. Dr. Goedicke soll die JACK-Plattform verwendet werden, die be-

Online-Lernsystem für Mathematik mit *Computational Intelligence-Methoden*

reits die Angaben der Lösungen durch Studierende erlaubt. Die mathematischen Ausdrücke werden zur Zeit in OpenMath-Format gespeichert. Diesbezüglich muss eine Schnittstelle programmiert werden, die es erlaubt, die Aufgaben entsprechend aufzubereiten und die Angaben der Lernenden, für das SEN aufzubereiten.

- Erweiterung des SEN, um die Bearbeitungszeit sowie das Abrufen von Hilfestellungen, die in JACK gespeichert werden, zu verarbeiten. Diese Angaben werden genutzt, um individuelle Aufgabenstellungen zu ermöglichen. Sollten sehr viele Hilfestellungen abgefragt werden, soll durch ein zusätzliches SEN bzw. BN aufgezeigt werden, welche möglichen Wissenslücken vorhanden sind.

Inhaltliche Erweiterungen

Zurzeit liegen Aufgabenstellungen mit verschiedenen Schwierigkeitsgraden für die Lösung linearer Gleichungen und Bruchrechnungen vor. In Kooperation mit Schulen sowie mit Lehrenden der Fakultät WiWi und anderer Fakultäten sollen die Aufgabenstellungen erweitert werden gemäß den Anforderungen in den jeweiligen Fächern.

Evaluation

Das System wird parallel zu schulischen und universitären Präsenzveranstaltungen eingesetzt. Anhand von Kontrollgruppen in Schulen, der Rückmeldungen in Übungsgruppen sowie Ergebnisse in den Klausuren wird evaluiert, ob messbare Fortschritte zu erkennen sind. Es sind kontinuierliche Befragungen der Lehrenden sowie Lernenden während der Implementierungsphasen geplant, um das Konzept zu überprüfen und ggf. zu erweitern.

Teile des Projektes werden in eigenen Veranstaltungen in der Übung bzw. in Projektseminaren (Pflicht- und Wahlpflicht) umgesetzt. Die Studierenden können einerseits die mathematischen Aufgaben in die Techniken implementieren und andererseits die Software in Teams erweitern. Insbesondere liegt bereits jetzt eine Kooperation zwischen Studierenden der gesamten Fakultät WiWi über entsprechende Veranstaltungen vor, die im Zusammenhang mit diesem Projekt ausgebaut werden kann.

Ausblick: Transfer in die Breite und Nachhaltigkeit

Da die unterschiedlichen Fächer sowohl allgemeine als auch spezifische Anforderungen an Mathematikkenntnissen aufweisen, können die Aufgabenstellungen entsprechend erfolgen und insbesondere die fachspezifischen Aufgaben hervorheben. Zunächst kann innerhalb der Fakultät WiWi der Universität Duisburg-Essen eine Aufgabensammlung erfolgen, da beispielsweise in der BWL, VWL, Wirtschaftsinformatik und Informatik unterschiedliche Schwerpunkte vorliegen. Eine kleine Übersicht diesbezüglich bietet bereits das Online basierte Beratungssystem OSWI (z.B. gute bis sehr gute Mathematikkenntnisse (allgemein), mathematische Statistik, Algebra und Logik, etc., Link: <http://www.cobasc.de/oswi/>)⁶. Andere Fakultäten

⁶ Klüver, C., Klüver, J., Zurmaar, B (2015; 2017 in Druck)

Online-Lernsystem für Mathematik mit *Computational Intelligence-Methoden*

können auf der Basis überprüfen, welche Überschneidungen es gibt und die Inhalte ergänzen.

Da die Schwierigkeiten bereits in der Schule entstehen, ist es geplant, in Kooperation mit Schulen die Aufgabenstellungen abzustimmen und das System in Kontrollgruppen testen zu lassen.

Möglicher Transfer auf andere Disziplinen:

Bereits seit Jahren wurden verschiedene Methoden der Künstlichen Intelligenz einschließlich neuer von der Forschungsgruppe CoBASC entwickelter Algorithmen in der Lehre eingesetzt und zwar in den Fächern Erziehungswissenschaft, Kommunikationswissenschaft sowie BWL und VWL (s. Literatur). Durch den Einsatz derartiger Methoden können kognitive, soziale (z.B. gruppensdynamische), kommunikative und ökonomische Prozesse modelliert werden. Dadurch können neue Lernziele verfolgt werden, die ohne Computerprogramme nicht möglich sind (Klüver, C., Klüver, J., 2012; 2016). Die in diesen didaktischen Experimenten gemachten Erfahrungen zeigen, dass der erfolgreiche Einsatz von Computerprogrammen der hier dargestellten Art auch in ganz anderen Fächern als der Mathematik möglich ist, sofern man den Besonderheiten der einzelnen Fächer hinreichend Rechnung trägt.

Literatur

- Klüver, C., Klüver, J., 2012: Lehren, Lernen und Fachdidaktik. Theorie, Praxis und Forschungsergebnisse am Beispiel der Informatik. Wiesbaden: Springer Vieweg
- Klüver, C., Klüver, J., 2016: Fachdidaktische Innovationen: Die Erweiterung von Lernzielen, Lehr- und Lernformen durch Computermodelle. In: Juen-Kretschmer, C., Mayr-Keiler, K., Örley, G., Plattner, I. (Hg.): transfer Forschung <-> Schule. Heft 2 Visible Didactics - Fachdidaktische Forschung trifft Praxis. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt, pp. 233 – 252
- Klüver, C., Klüver, J., Zurmaar, B., 2015: OSWI: a consulting system for pupils and prospective students on the basis of neural networks. Journal of AI & Society. Vol. 30 Issue 1 pp. 23 - 30, Springer. Online erschienen 2014: DOI: 10.1007/s00146-014-0542-y
- Klüver, C., Klüver, J., Zurmaar, B.: OSWI – Ein Online-Beratungssystem der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften an der Schnittstelle Schule – Hochschule auf der Basis künstlicher neuronaler Netze. In: van Ackeren, I., Kerres, M. und Heinrich, S.: Flexibles Lernen mit digitalen Medien. Münster: Waxmann Verlag, pp. 215 - 227 (in Druck)
- Klüver, J., Stoica, C., Schmidt, J. 2006: Computersimulationen & soziale Einzelfallstudien. Eine Einführung in die Modellierung des Sozialen. Bochum-Herdecke: w3l
- Klüver, J., 1995: Soziologie als Computerexperiment. Modellierungen soziologischer Theorien durch KI- und KL-Programmierung. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg-Verlag
- Schmitz, A., 2017: Visualisierung in Mathematik und Mathematikdidaktik. In: Schmitz, A. Beliefs von Lehrerinnen und Lehrern der Sekundarstufen zum Visualisieren im Mathematikunterricht. Part of the series Freiburger Empirische Forschung in der Mathematikdidaktik pp 13-48. Wiesbaden: Springer
- Smits, K.M., 2014: Entwicklung eines Systems für individuelle Lernempfehlungen auf der Basis eines Self-Enforcing Networks – am Beispiel Mathematik für Informatiker. Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen dem Landesprüfungsamt I, Universität Duisburg-Essen
- Stoica, C., 2000: Die Vernetzung sozialer Einheiten. Hybride interaktive neuronale Netzwerke in den Kommunikations- und Sozialwissenschaften. Wiesbaden: DUV